3. Зомот Н. Х. *Линейная характеристическая задача для системы уравнений в частных производных первого порядка* // Казань: Казан. ун-т, 1997. - 20 с. Деп. в ВИНИТИ 10.12.98, № 394 - В98.

Т. В. Зверева

Чувашский государственный педагогический университет имени И. Я. Яковлева, tz-84@mail.ru

О НАПРАВЛЕНИЯХ, ПАРАЛЛЕЛЬНО ПЕРЕНОСИМЫХ В НОРМАЛЬНЫХ СВЯЗНОСТЯХ, НА ПОВЕРХНОСТИ В КОНФОРМНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Рассмотрим многомерную поверхность $V_m \subset C_n$, отнесенную к полуизотропному полуортогональному реперу $R = \{A_\lambda\}$, $\lambda, \mu = \overline{1, n+1}$. В данном репере справедливы соотношения $\omega_0^\alpha = 0$, $\omega_\alpha^j = \Lambda_{\alpha k}^j \omega_0^k$, $\omega_i^\alpha = \Lambda_{ij}^\alpha \omega_0^j$, $\Lambda_{[ij]}^\alpha = 0$ $(i, j = \overline{1, m},\ \alpha, \beta = \overline{m+1, n})$.

Пусть поверхность V_m нормально оснащена [1] полем $(n-m)$-сфер $[P_i]$, $P_i = x_i^0 A_0 + A_i$, это поле определяется полем квазитензора $x_i^0 : dx_i^0 + x_i^0 \omega_0^0 - x_j^0 \omega_i^j + \omega_i^0 = x_{ij}^0 \omega_0^j$. Тогда на нормально оснащенной поверхности $V_m \subset C_n$ индуцируется нормальная связность $\nabla^\perp$.

Нормальное оснащение поверхности V_m в конформном пространстве C_n при отображении Дарбу в пространстве P_{n+1} индуцирует регулярную m-мерную квадратичную гиперполосу H_m, для которой базисной поверхностью является образ $\widetilde{V_m} \subset Q_n^2$ подмногообразия V_m. Рассмотрим регулярную квадратичную гиперполосу $H_m \subset \mathrm{P}_{n+1}$, взаимным и двойственным образом нормализованную полями нормалей первого N_{n-m+1} и второго N_{m-1} родов.

Условие параллельности гладкого поля направлений $[A_0 M]$, принадлежащего полю N_{n-m+1} нормалей первого рода гиперполосы $H_m \subset P_{n+1}$, в нормальной связности $\nabla^{\perp}$ при смещении вдоль любой кривой, лежащей на поверхности $\widetilde{V_m} \subset Q_n^2 \subset \subset P_{n+1}$, имеет вид

$$dx^{\alpha} + x^{\beta}(2\omega_{\beta}^{\alpha} - \Theta_{\beta}^{\alpha}) + x^{n+1}(a_{n+1k}^{\alpha}\omega_0^k - a_{n+1}^{\alpha}x_s^0\omega_0^s - g^{sj}x_j^0\omega_s^{\alpha}) = \\ = x^{\alpha}\Theta, \quad dx^{n+1} = x^{n+1}\Theta.$$

С использованием данных соотношений доказана

Теорема 1. *При любом нормальном оснащении поверхности $V_{n-2} \subset C_n$ поле 2-мерных характеристик $[A_0 A_{n-1} A_n]$ гиперполосы $H_{n-2} \subset P_{n+1}$ параллельно переносится в нормальной связности $\nabla^{\perp}$.*

Так как характеристика $[A_0 A_{n-1} A_n]$ гиперполосы $H_{n-2} \subset \subset P_{n+1}$ при отображении Дарбу есть образ 2-параметрической связки касающихся между собой в точке $A_0 \in V_{n-2}$ гиперсфер $Q = \eta^{\alpha} A_{\alpha} + \eta^0 A_0$, ортогональных гиперсферам $P_i = x_i^0 A_0 + A_i$, то теорему 1 можно сформулировать на языке конформного пространства C_n:

Теорема 1*. *При любом нормальном оснащении поверхности $V_{n-2} \subset C_n$ поле 2-параметрической связки касательных гиперсфер $Q = \eta^{\alpha} A_{\alpha} + \eta^0 A_0$ $(\alpha = n-1, n)$ подмногообразия V_{n-2} параллельно переносится в нормальной связности $\nabla^{\perp}$.*

Пусть поле прямых $[A_0M]$ совпадает с полем инвариантных прямых $h \equiv [A_0N_{n+1}]$. Тогда справедлива

Теорема 2. *Поле инвариантных прямых $h \equiv [A_0N_{n+1}]$ на гиперполосе $H_m \subset P_{n+1}$, определяемое полем квазитензора x_i^0, является параллельным в нормальной связности $\nabla^{\perp}$ тогда и только тогда, когда тензор A_{n+1k}^{α} обращается в нуль.*

Так как прямая $[A_0N_{n+1}]$ в P_{n+1} при отображении Дарбу есть образ пучка гиперсфер $P = \xi^{n+1}N_{n+1} + \xi^0 A_0$, ортогональных гиперсферам $P_i = x_i^0 A_0 + A_i$, то теорему 2 можно сформулировать на языке конформного пространства C_n:

Теорема 2*. *Поле инвариантных пучков касающихся между собой в точках $A_0 \in V_m$ гиперсфер $P = \xi^{n+1}N_{n+1} + \xi^0 A_0$, определяемое полем квазитензора x_i^0, является параллельным в нормальной связности $\nabla^{\perp}$ тогда и только тогда, когда тензор A_{n+1k}^{α} обращается в нуль.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Акивис М. А. *К конформно-дифференциальной геометрии многомерных поверхностей* // Матем. сб. – 1961. – Т. 53. – № 1. – С. 53-72.